

<http://moebius.dm.uba.ar>
moebius@dm.uba.ar



La Primera Pincelada

Jésica Charaf

Analía Ferrari

Melisa Scotti

Un proyecto de



DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales - UBA

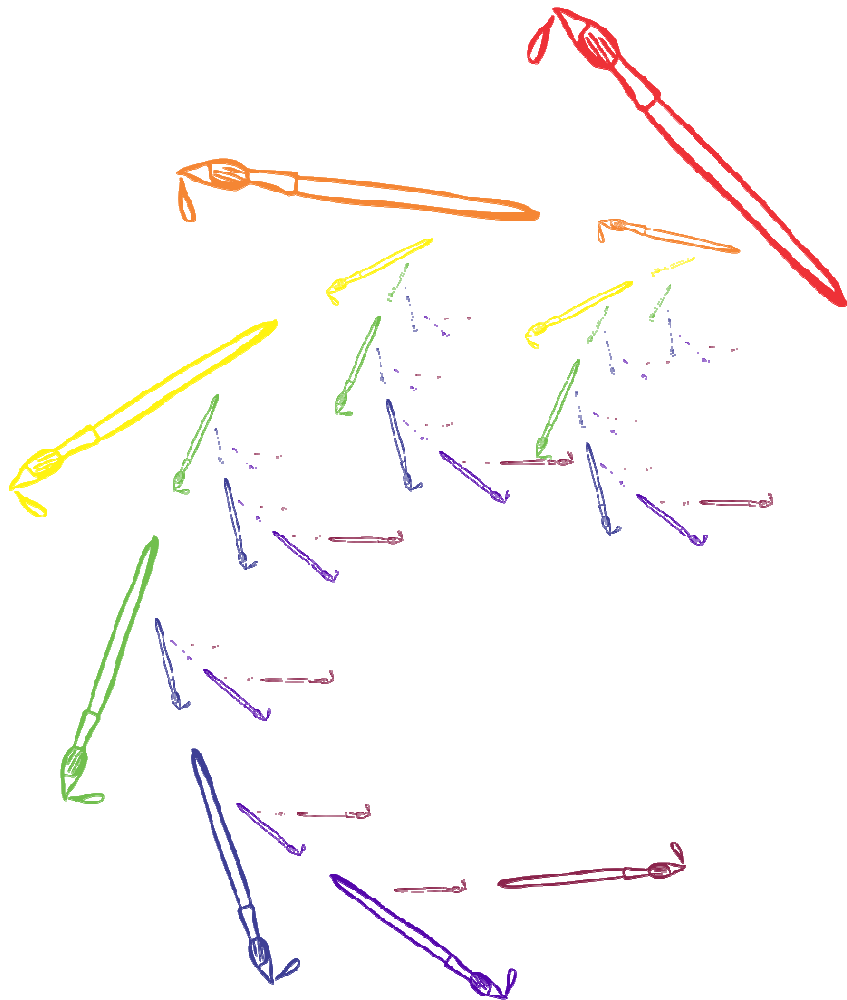
Con el apoyo de



Mathematisches
Forschungsinstitut
Oberwolfach

La primera pincelada

Guía orientada a docentes para la implementación
en escuelas secundarias del software Britney



Índice

Introducción.....	4
Algunas ideas sobre la noción de fractal.....	5
Instrucciones para la utilización de software Britney.....	8
¿Cómo funciona el programa?.....	13
Guía práctica de ejercicios.....	16
Más sobre fractales y un poco de historia.....	27
Bibliografía.....	32

Introducción

“Mandeb observaba con gran preocupación las lunas de dos espejos enfrentados que se multiplicaban y conducían al infinito a través de un pasillo de siniestras repeticiones menguantes. Pensó en el tarro del jabón Relusol y recordó la ilustración principal que mostraba a un cocinero mirando el fondo de una sartén tan reluciente que podía reflejar los objetos del dibujo: un gato, el propio cocinero y un frasco de Relusol cuya ilustración principal mostraba a un cocinero mirando el fondo de una sartén tan reluciente que podía reflejar los objetos del dibujo: un gato, el propio cocinero y un frasco de Relusol.

Volvió a sentir la misma angustia infantil que lo llevaba a examinar aquellas imágenes de pesadilla, buscando la última repetición, el último escrúpulo del dibujante, la pincelada más lejana.”¹

Esta guía tiene como propósito ser un punto de partida, la primera pincelada, para la utilización e implementación en escuelas del software “Britney”, un programa diseñado para crear fractales. Nuestro objetivo es acompañar a los docentes y brindarles las herramientas básicas y necesarias para empezar a trabajar con el programa en el aula.

Teniendo en cuenta que el software nos permite realizar figuras y dibujos fractales que en la realidad son muy complicados de efectuar, consideramos que es sumamente interesante valerse de esta herramienta informática en un doble sentido. Por una parte, con la meta de que los alumnos comprendan la noción de fractal y las relaciones matemáticas presentes (proporcionalidad, ángulos, autosemejanza y escalas), despertando interés en ellos al conectar estos temas con cuestiones que sean relevantes en sus vidas y particularmente abordándolos desde un lugar artístico y lúdico. Por otra parte, apuntando a desarrollar la creatividad y estimular las producciones artísticas de los estudiantes a partir de la construcción de estos conocimientos, es decir de la comprensión de los elementos matemáticos que se ponen en juego en la exploración y utilización del programa.

De este modo, a lo largo de la guía además de presentar una contextualización y consideraciones sobre los fractales (ideas sobre la noción de fractal, su relación con la naturaleza, cuestiones históricas, etc.) e instrucciones para el uso del programa, daremos ejemplos, sugerencias y propuestas de trabajo con la intención de acompañar la tarea docente y de que funcionen como disparadores para que el lector, a partir de apropiarse del programa, pueda enriquecerlo con sus propias ideas.

Esperamos que nuestra propuesta sirva a docentes y estudiantes para introducirse en este camino fascinante de repeticiones, en la búsqueda de la pincelada más lejana.

¹Fragmento de la novela *Cartas marcadas* de Alejandro Dolina (2012).

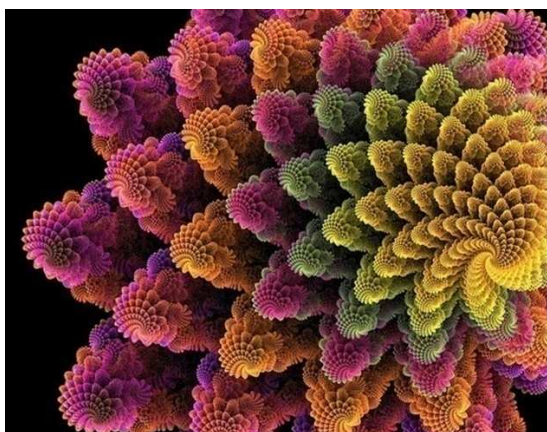
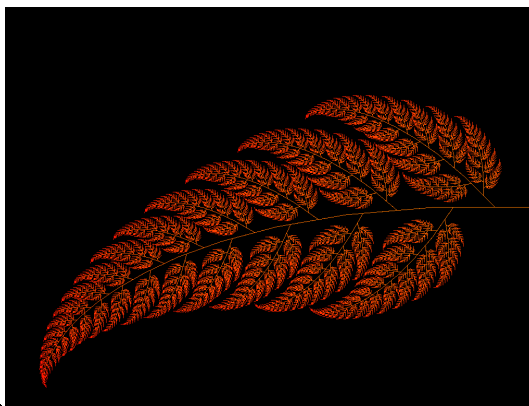
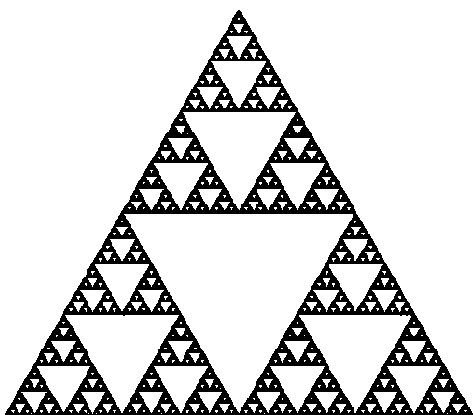
Algunas ideas sobre la noción de fractal

El software Britney permite realizar fácilmente fractales iterativos. Por lo tanto, antes de empezar a ver cómo funciona y se utiliza, consideramos conveniente hacer una breve introducción presentando las ideas sobre fractales que creemos que son fundamentales a la hora de trabajar con el programa. En esta sección nos encargaremos de eso.

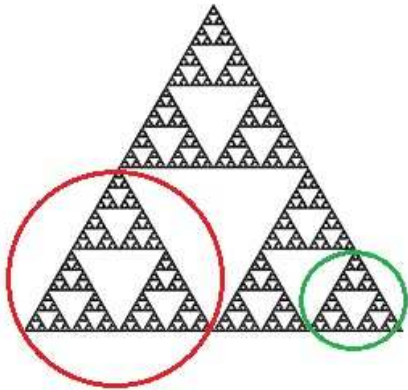
Autosemejanza: repetición a diferentes escalas (o efecto Zoom)

Comenzaremos con algunos ejemplos simples que sean ilustrativos y a partir de los cuales podamos presentar la idea de autosemejanza (entre ellos se encuentra la imagen de la tapa de esta guía).

Ejemplos:



Tomemos el primer ejemplo:



Observamos que la región redondeada con rojo es una copia pequeña de toda la figura. Es decir, el triángulo marcado es exactamente igual al triángulo grande, solo que de un tamaño más chico. También podemos ver que si tomamos cualquier triángulo (como el que está redondeado en verde) éstos serán iguales a la figura total.

las partes pequeñas es similar a la hoja completa.

La misma propiedad puede observarse en las hojas del helecho. Cada una de

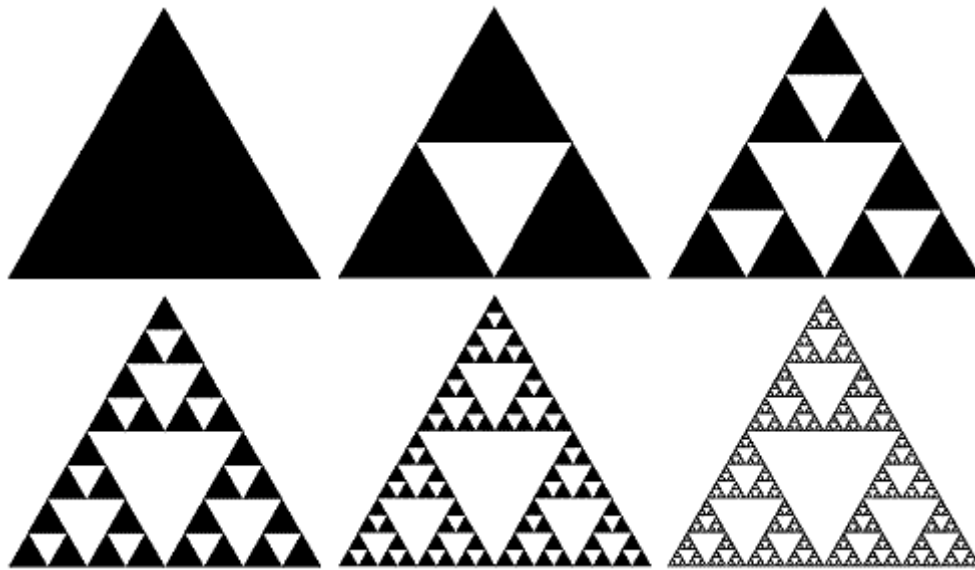


De este modo, ocurre que en todas estas imágenes una parte es una copia similar al todo. Si una figura posee esta característica diremos que es **autosimilar** o **autosemejante**.

Si bien la noción de fractal es compleja y no hay una única forma de definirlo, la autosemejanza es una de las propiedades con la que más usualmente se identifica a este objeto matemático y es en la que nos basaremos en esta guía para conceptualizar a los fractales.

Construcción paso a paso de un ejemplo en particular: Triángulo de Sierpinski.

Construcción famosa



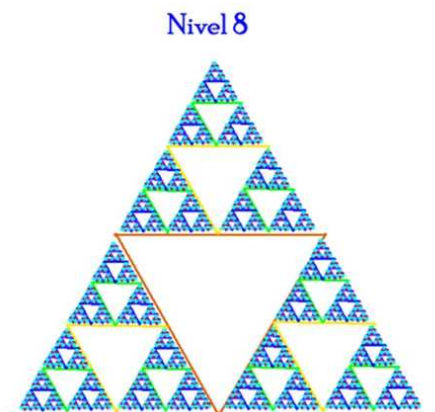
Paso 1: Partimos de un triángulo equilátero.

Paso 2: Luego le quitamos el triángulo del medio, cuyos vértices son los puntos medios de los lados del triángulo original. De este modo, obtenemos una figura compuesta por tres triángulos más chicos que siguen siendo equiláteros.

Paso 3: Ahora consideramos cada uno de estos tres triángulos y repetimos para cada uno el **paso 2**, quitándoles el triángulo del medio. Por lo tanto nuestra figura ahora está compuesta por 9 triangulitos.

Paso 4, 5, 6, ..., n, ...

Repetimos este proceso infinitas veces y obtendremos la figura que se conoce como el Triángulo de Sierpinski. Una observación importante es que es necesario realizar estos pasos indefinidamente ya que si en finitos pasos tomamos un triángulo más pequeño, no será similar a la figura total. Esto se debe a que el triángulo más pequeño estará compuesto por menos triangulitos que el triángulo grande.



Triángulo de Sierpinski hecho con el Britney

Instrucciones para la utilización del software Britney

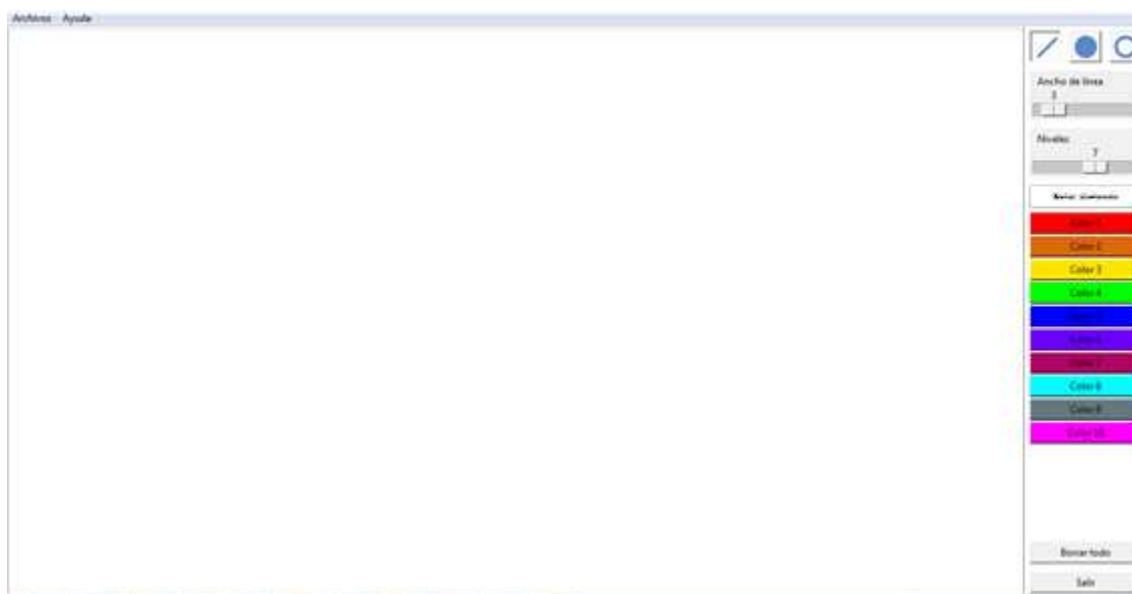
Descarga del programa

El software Britney es muy sencillo de descargar, ocupa muy poco espacio y es gratuito. Para bajar el programa basta con acceder al siguiente link <http://moebius.dm.uba.ar> que nos lleva a la página de “Moebius, imaginación en las aulas” (para más información ver “Más sobre fractales y un poco de historia”).

En la página **principal** se debe ingresar a la sección de **Britney**. Allí se visualizan varias opciones, entre ellas una que dice **Descarga**. Haciendo click ahí aparecerán las instrucciones de descarga según el sistema operativo que se esté utilizando.

Información general

Cuando iniciamos el programa se nos presenta una pantalla en negro junto con un menú de opciones lateral (a la derecha) y otro superior. El fractal se dibujará en la pantalla negra.



Cómo empezar...

- Para empezar a dibujar un fractal debemos marcar *dos puntos* (haciendo click) en la pantalla, que serán los vértices de un *segmento* (o del diámetro de una circunferencia). A este segmento le corresponderá el *Color 1* y aparecerá pintado de ese color.

- Para seguir, dibujamos *otros segmentos*, marcando para cada uno primero un vértice y luego el otro. A estos segmentos les corresponderá el *Color 2* y aparecerán pintados de ese color.

Eso es todo lo que hay que hacer para diseñar el fractal. El programa lo construye a partir de esos segmentos automáticamente, a medida que vamos cambiando el nivel (ver más adelante “Barra de nivel”). En cada paso se agregarán segmentos de un nuevo color, imitando la estructura diseñada.

En el siguiente capítulo veremos qué hace el software a partir de los segmentos de Color 1 y Color 2, analizando su funcionamiento.

A continuación describiremos las opciones que nos brindan cada menú y las funciones de sus botones y comandos.

Menú lateral

Este menú presenta diferentes opciones que nos permiten cambiar la visualización del fractal.

Botones línea, círculo y circunferencia

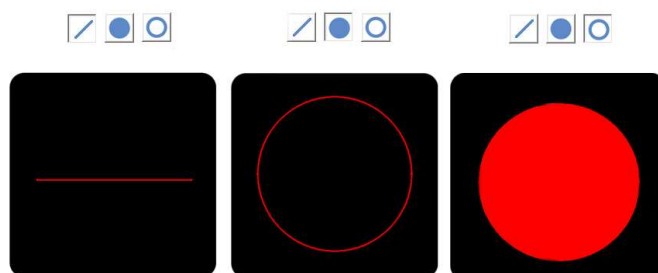


Botón línea: Los puntos marcados en la pantalla serán unidos por un segmento.

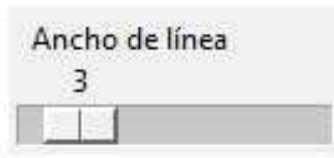
Botón círculo: Los segmentos serán reemplazados por círculos rellenos de modo que los vértices de cada segmento serán ahora los vértices del diámetro de cada círculo.

Botón circunferencia: Los segmentos serán reemplazados por circunferencias de modo que los vértices de cada segmento serán ahora los vértices del diámetro de cada circunferencia.

Es importante notar que al presionar estos botones el cambio se aplicará a todo el fractal simultáneamente. En este sentido, no es posible combinar segmentos, círculos y circunferencias en el mismo fractal. Como muestra la siguiente imagen:



Barra de ancho de línea



Desplazando esta barra se modifica el ancho de las líneas del dibujo, tanto de los segmentos como de las circunferencias o los bordes de los círculos.

Por ejemplo:



Barra de nivel



Al desplazar esta barra, en cada nivel el programa va agregando segmentos de un nuevo color, imitando la estructura original.

El mínimo nivel es 2, que corresponde a lo que ha dibujado el usuario. Esto permite ver el diseño original sin ningún segmento agregado por el programa.

El máximo de niveles es 10. Debido a que la cantidad de segmentos crece exponencialmente al agregar niveles, la construcción puede demorar unos segundos en los niveles altos. Dependiendo de la cantidad de segmentos dibujados, es posible que los últimos niveles no se grafiquen si la cantidad total de segmentos a realizar supera el máximo posible.

Colores



Presionando cada uno de los botones de colores (Color de fondo, Color 1, Color 2, etc.) puede cambiarse el color de fondo y los colores de los segmentos correspondientes a cada nivel.


Estos botones no permiten cambiar el color de segmentos individuales. El color de cada segmento se determina automáticamente de acuerdo al nivel al que pertenece.

Otros botones

Borrar todo: Al presionar este botón se borra todo el diseño realizado para comenzar nuevamente. Las opciones de configuración (color, forma, etc.) no se modifican.

Salir: Presionando este botón se cierra el programa.

Menú superior

A screenshot of a menu bar with two items: 'Archivos' and 'Ayuda'. Both items are highlighted with a light blue background.

En este menú encontraremos las opciones para abrir, guardar y exportar fractales junto con el botón de ayuda.

Archivos

Abrir: Nos permite abrir fractales guardados con en formato Britney (*.art).No es posible abrir fractales guardados como imágenes con la opción Exportar.

Guardar: Nos permite guardar fractales en formato Britney. Se debe utilizar este formato para poder abrirlos posteriormente desde el programa.

Exportar: Nos permite guardar los fractales como imágenes. Esto hace que podamos abrir los fractales realizados desde otros programas. Se guardará la imagen exactamente como se ve en la pantalla.

Salir: Cierra el programa.

Ayuda

Muestra una ventana de ayuda con teclas rápidas para utilizar las distintas opciones.

Propuesta de trabajo

Para que los alumnos comiencen a trabajar con el programa presentamos un trabajo principalmente exploratorio, preferentemente en parejas para que puedan compartir la experiencia con un compañero y ayudarse mutuamente.

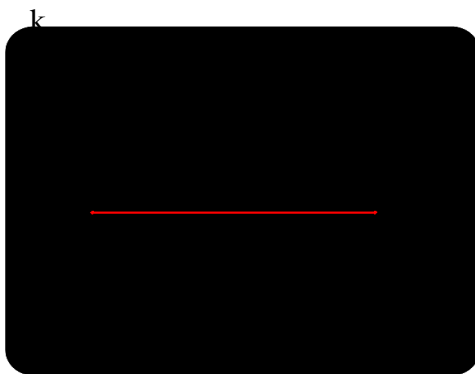
El objetivo es que exploren las opciones que brinda el programa, jugando y probando, con una guía de acompañamiento como la que sigue a continuación.

El docente estará acompañando y ayudando a los estudiantes, en caso de que lo necesiten. En esta instancia se trabajarán cuestiones básicas para familiarizarse con las opciones del software.

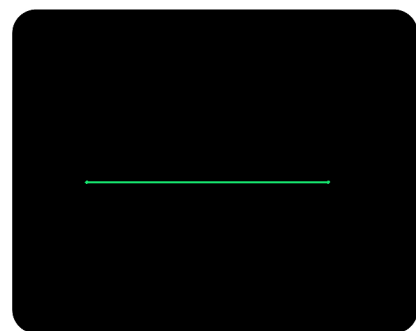
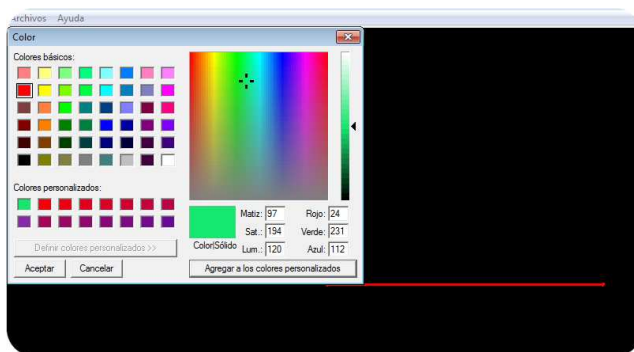
Exploren las opciones del programa. Para eso les proponemos la siguiente guía:

- 1) a- Hacer un segmento.
b- Transformarlo a círculo.
c- Cambiar el color.
d- Cambiar grosor de línea.
e- Borrar.
- 2) a- Hacer dos segmentos.
b- Cambiar el nivel, probar nivel 3, 4 y 5. ¿Qué ocurre?
c- Cambiar colores. ¿Cómo cambian los colores de los segmentos?

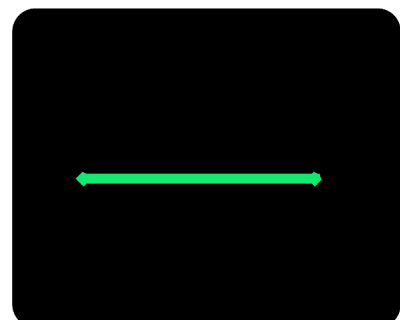
Algunos ejemplos: 1) a, c y d



Una vez hecho el segmento rojo nos dirigimos a la barra lateral y sobre el color 1 (rojo) hacemos clic. A continuación se desplegarán opciones de colores como vemos en la imagen siguiente. Luego, elegimos nuestro color favorito (en nuestro caso el verde) y ponemos aceptar.



El ítem d) nos propone cambiar el grosor del segmento, para ello debemos dirigirnos a la barra lateral y correr la opción “ancho de línea” hacia la derecha. Como resultado obtenemos esta imagen.



¿Cómo funciona el programa?

El software construye fractales iterativos realizando, a partir de los segmentos dibujados, rotaciones, traslaciones y homotecias de los mismos.

El usuario dibuja el primer segmento que corresponde al de nivel 1, lo que llamamos la base del fractal. Los siguientes segmentos que se dibujan serán todos de nivel 2. Sólo se dibujan los segmentos de estos dos niveles. Luego el programa construye los segmentos en los niveles siguientes iterando, teniendo en cuenta los segmentos graficados y el orden en que fueron construidos, es decir, teniendo en cuenta cuál fue el primer vértice de cada segmento.

El programa itera de la siguiente manera: para cada segmento de nivel 2 copia la relación entre éste y el segmento de nivel 1 (esta relación es distinta para cada uno de los segmentos del nivel 2). Luego aplica esas relaciones a cada segmento de nivel 2 para obtener los segmentos de nivel 3. Si en el nivel 2 había N segmentos, en el nivel 3 habrá $N \times N$, ya que para cada segmento del nivel 2 se crean N segmentos nuevos.

Para generar los siguientes niveles se repite el mismo procedimiento. Para cada segmento de un nivel se construyen N segmentos aplicando las relaciones del principio (es decir, las que se presentan entre los segmentos de Color 2 y el de Color 1) al segmento elegido.

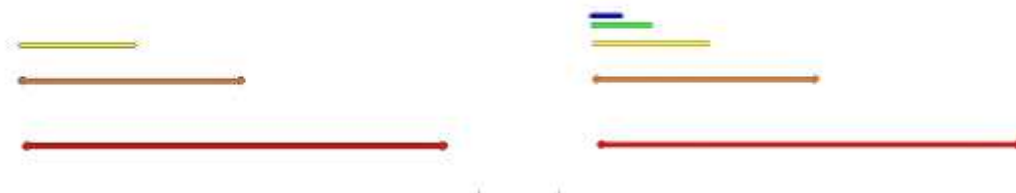
En cada paso se multiplica por N la cantidad de segmentos, lo cual hace que la cantidad de segmentos crezca de manera exponencial.

Las relaciones principales que el software preserva en cada nivel son las de *proporción* y *ángulo*.

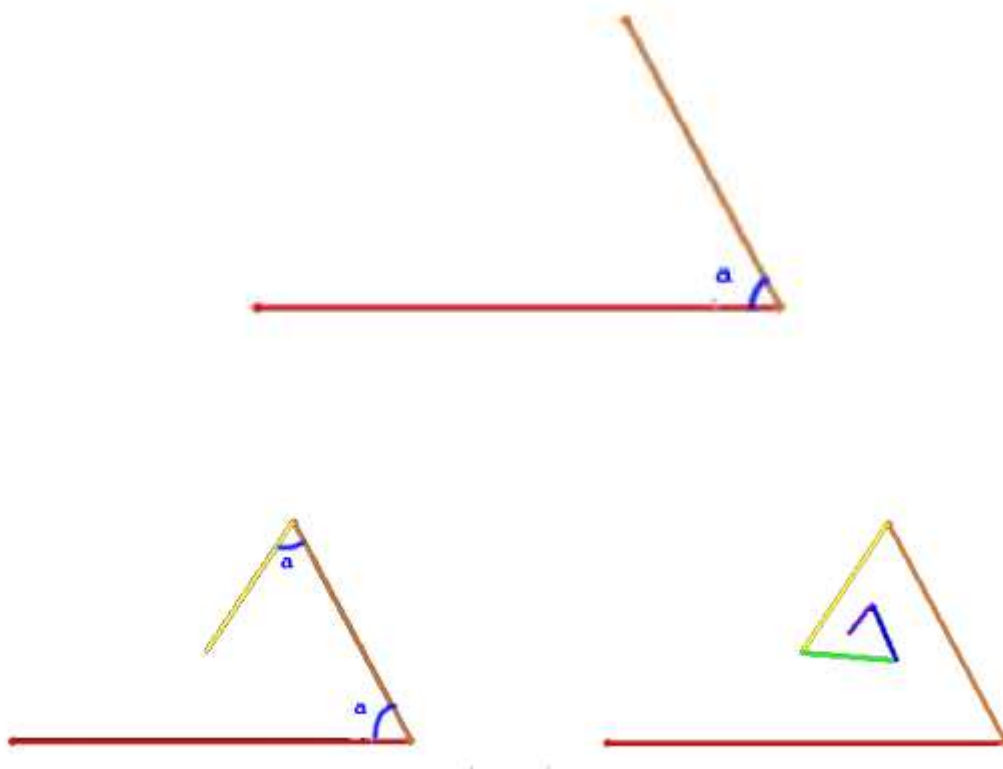
Proporción: Supongamos que dibujamos un segmento de Color 1 y otro de Color 2, de modo que el segundo segmento mide la mitad que el primero. Entonces, la proporción entre ambos segmentos es de $\frac{1}{2}$.



Como el software respeta proporciones, en el siguiente nivel dibujará un segmento que mida la mitad que el segmento de Color 2 y de este modo se mantendrá la proporción de $\frac{1}{2}$ entre ambos segmentos.



Ángulo: Si además tenemos un segmento de Color 1 y otro de Color 2 que forman un ángulo \hat{a} , en el siguiente nivel el programa dibujará un segmento de Color 3 que forme un ángulo \hat{a} con el segmento de Color 2.



Para trabajar en el aula...

Aunque la guía está pensada para todos los años de la escuela secundaria, ésta se puede adaptar según el año en el que se esté trabajando y utilizar para complementar los contenidos que se estén dictando (por ejemplo, en caso de estar trabajando nociones como proporciones o ángulos).

De este modo, consideramos que se podrían realizar actividades o alguna explicación (Ver “Proporción” y “Ángulo”) previas a la utilización del programa, orientadas a trabajar/recordar las ideas de proporción y ángulo. Esto dependerá del contexto de uso y de los contenidos que se estén trabajando en cada situación.

Sugerimos pasar a la “Guía práctica de ejercicios” de modo que los alumnos experimenten y profundicen sus conocimientos respecto al programa.

Guía práctica de ejercicios

Esta sección estará dedicada exclusivamente a presentar actividades para trabajar con el software en el aula. La idea es ofrecer al docente una serie de ejercicios, en general exploratorios, para que éste pueda proponerle a los alumnos. El rol del docente será principalmente acompañar la tarea y en algunos casos guiarla proporcionando la orientación que sea necesaria para que los alumnos puedan seguir trabajando con el programa.

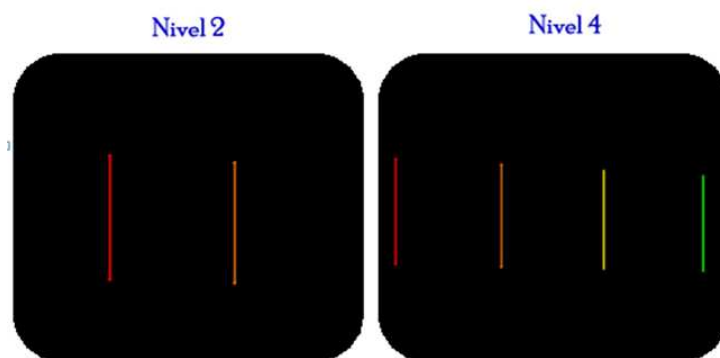
El objetivo de esta propuesta es posibilitar la construcción del conocimiento de las funciones y las relaciones presentes en el programa, a medida que los estudiantes van interactuando con él.

Guía de ejercicios:

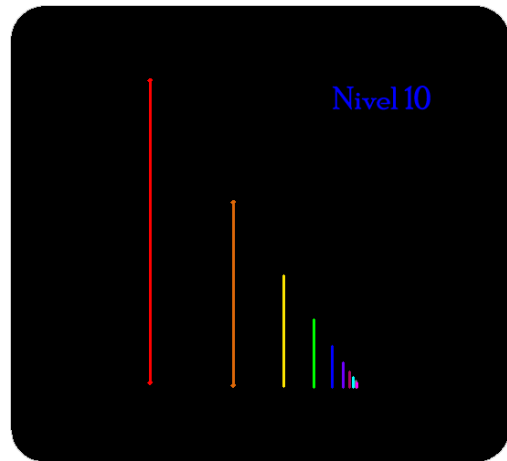
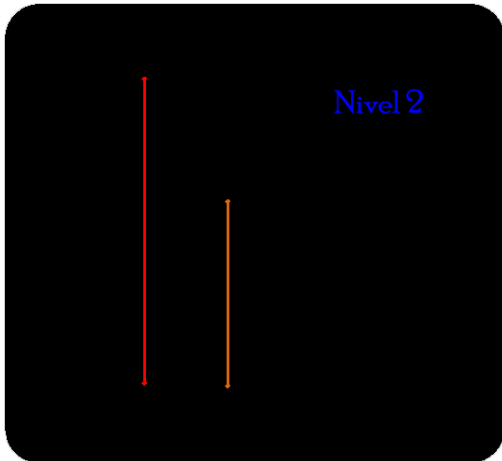
1) Para empezar a pensar...

Les proponemos que piensen las siguientes preguntas y luego vean qué sucede al hacerlo con el Britney:

a. ¿Qué ocurre si dibujamos dos segmentos paralelos si corremos el programa al nivel 4?

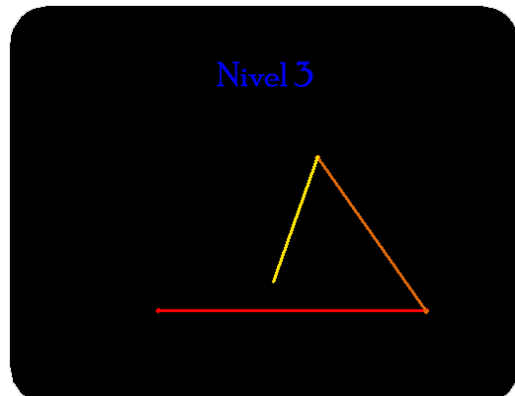
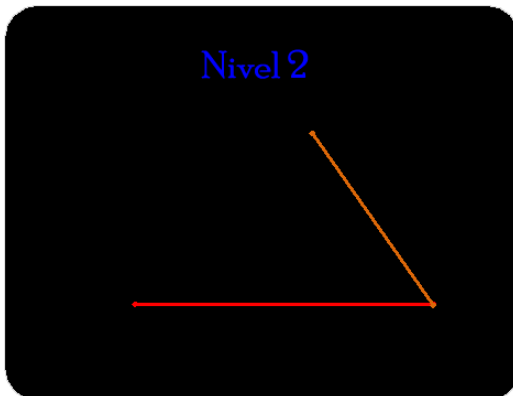


b. (proporción) ¿Qué ocurre, al correr de nivel el programa, si dibujamos un segmento grande y paralelo a otro más chico como en la figura (imagen Nivel 2)? ¿Y si empiezo al revés con uno chico y el segundo mucho más grande?

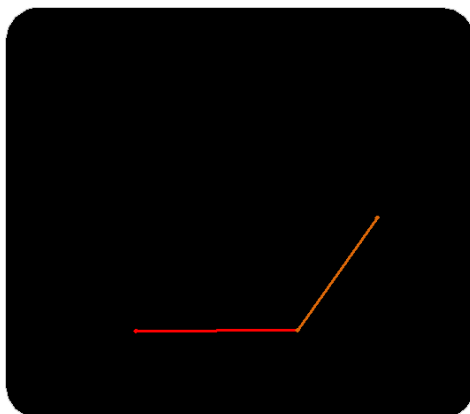


c. (ángulos) ¿Qué ocurre, al correr de nivel el programa, si dibujamos con dos segmentos un ángulo agudo? ¿Y si dibujamos uno obtuso? (¡Cuidado! ¿Es lo mismo dibujar los segmentos en cualquier sentido?)

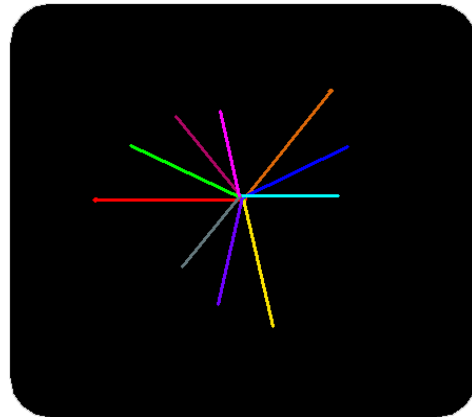
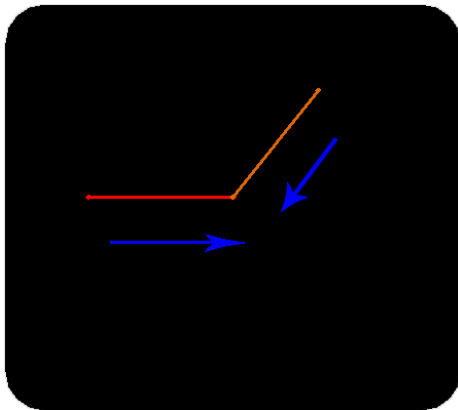
Ángulo agudo:



Angulo Obtuso:



Sentido contrario:



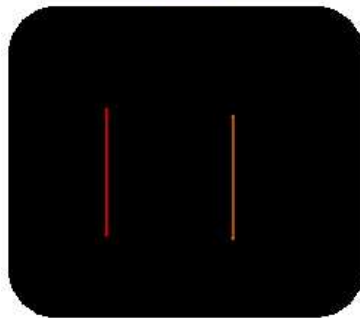
2) Construcciones

a. Les proponemos que construyan en Britney un cuadrado utilizando solo dos segmentos y avanzando el programa al nivel 4.

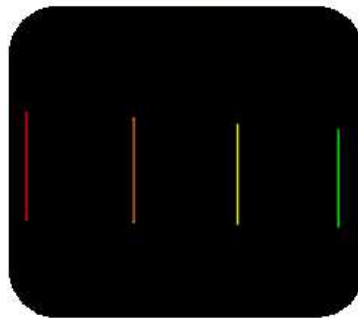
Posibles intentos en la construcción:

Primer intento

Nivel 2

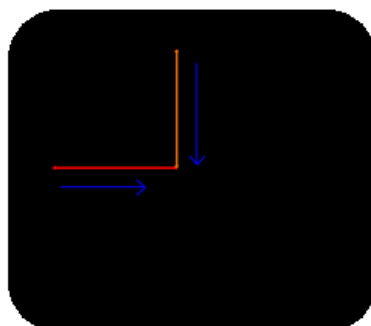


Nivel 4



Segundo intento

Nivel 2

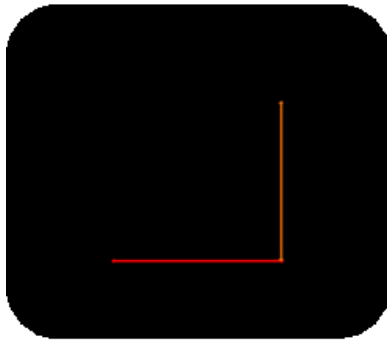


Nivel 4

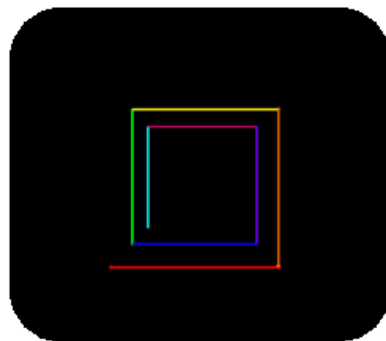


Tercer intento

Nivel 2

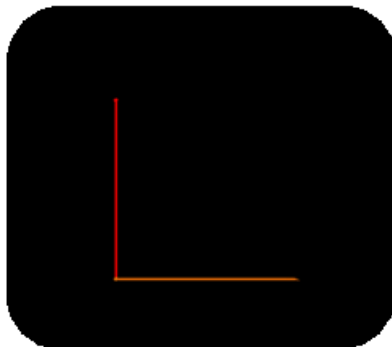


Nivel 8

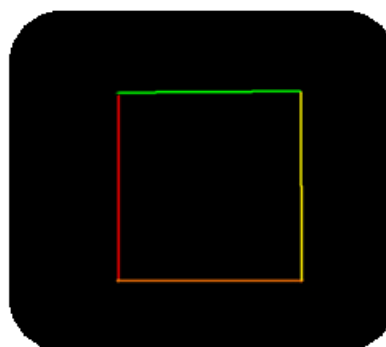


Ultimo intento

Nivel 2



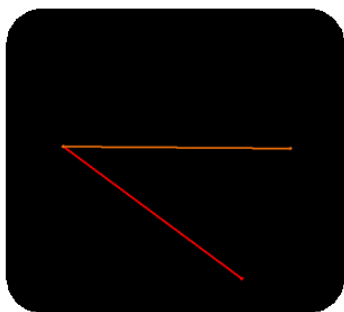
Nivel 4



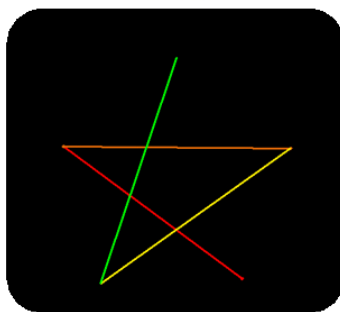
b. Desafío: ¿Se puede hacer una estrella? ¿Cómo? ¿Hasta qué nivel tuvieron que llegar?

Construcción:

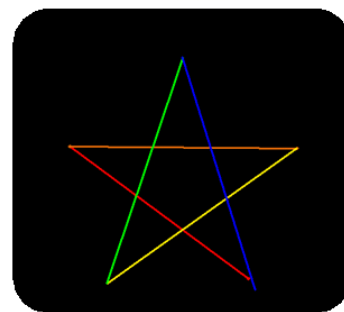
Nivel 2



Nivel 4



Nivel 5



3) Entre dos

Armar un desafío para un compañero, ya sea del estilo del ejercicio 1) o del 2), a partir de alguna figura creada por ustedes.

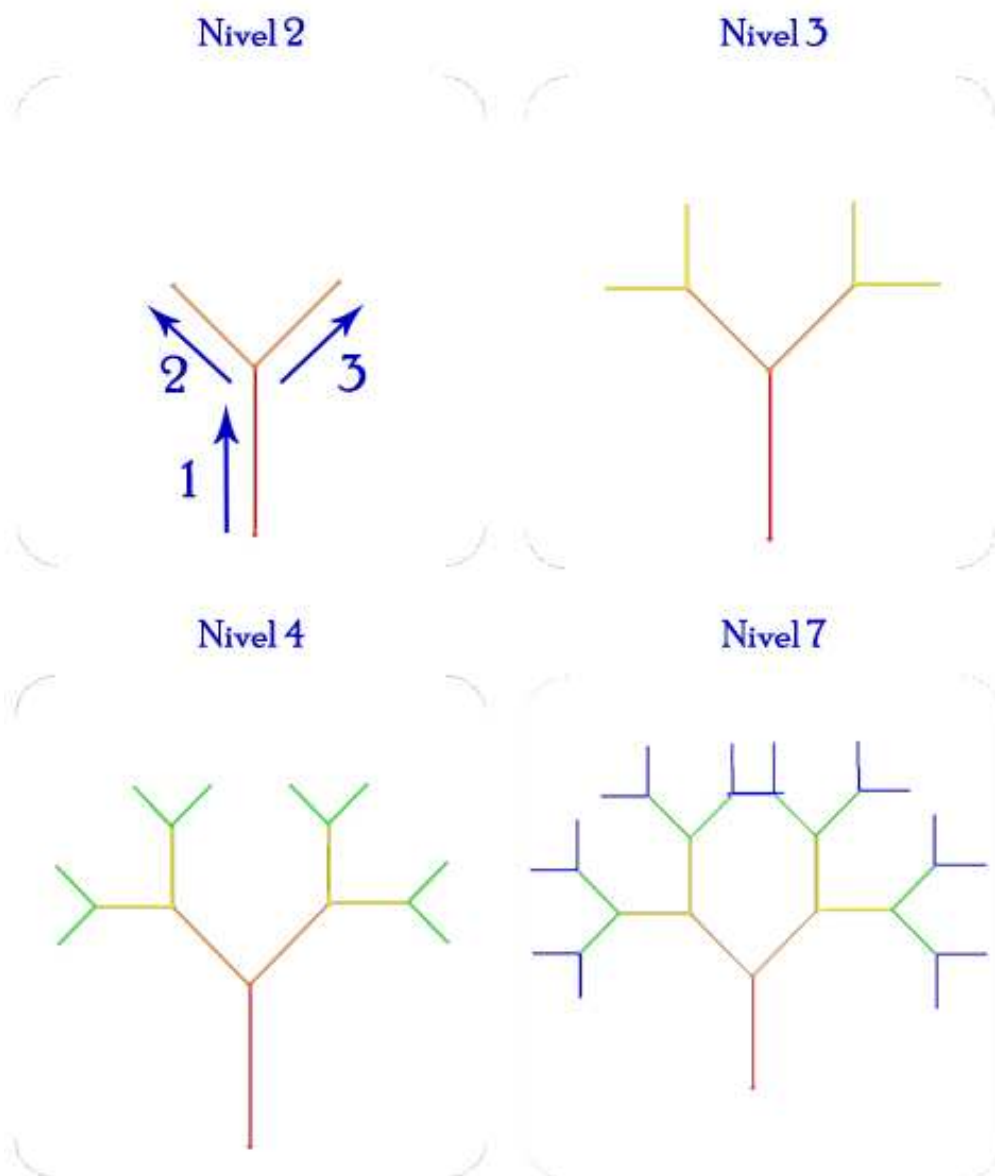
4) Construcciones de fractales famosos y conocidos

- *Árbol fractal*

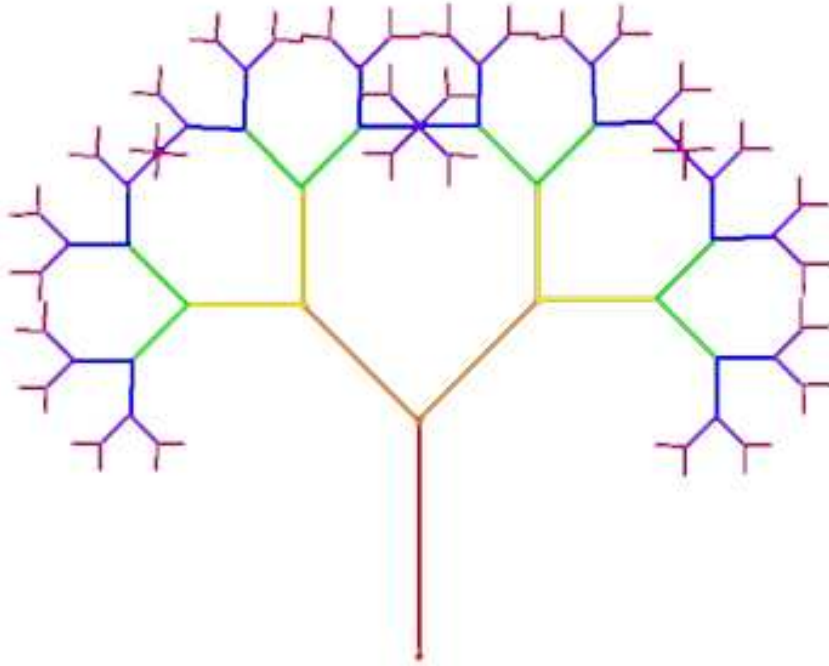
Paso 1: Dibujamos un segmento (Color rojo) marcando primero el vértice inferior y luego el vértice superior. Éste será el tronco del árbol.

Paso 2: Dibujamos otros segmentos (Color naranja) como indica la imagen del Nivel 2, marcando primero un vértice sobre el tronco y luego el otro vértice. Éstos serán las ramas del árbol.

Paso 3: Aumentando el nivel, el programa agregará más ramas al árbol y veremos cómo se va formando el árbol fractal.



Nivel 7



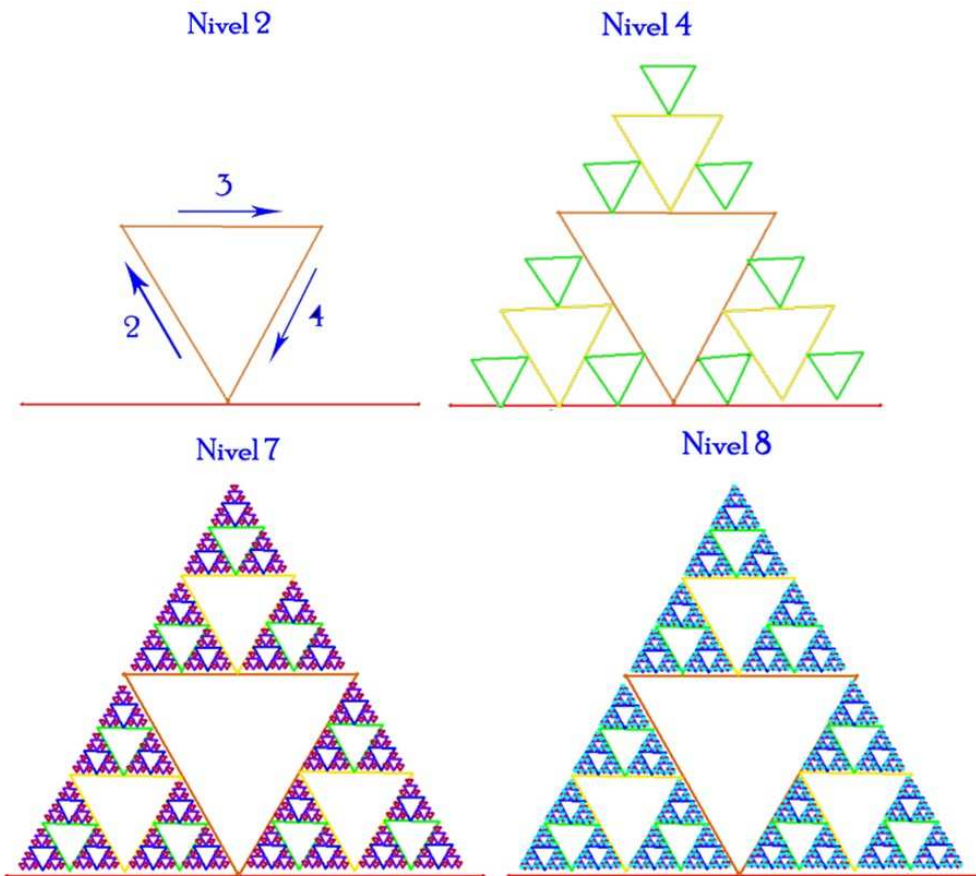
Les proponemos que experimenten y realicen sus propios dibujos agregando más ramas al árbol y modificando las proporciones y ángulos entre el tronco y las ramas.

- **Triángulo de Sierpinski**

Paso 1: Dibujamos un segmento (Color rojo) marcando primero un vértice y luego el otro, en el sentido que indica la flecha.

Paso 2: Dibujamos los segmentos que siguen (Color naranja) según el orden indicado en la imagen del Nivel 2, marcando siempre primero un vértice y luego el otro, en el sentido que indican las flechas.

Paso 3: Aumentamos la cantidad de niveles y veremos cómo se va formando el fractal.



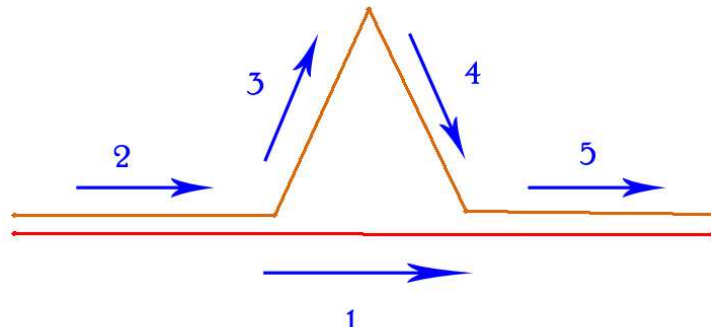
- **Curva de Koch**

Paso 1: Dibujamos un segmento (Color rojo) marcando primero un vértice y luego el otro.

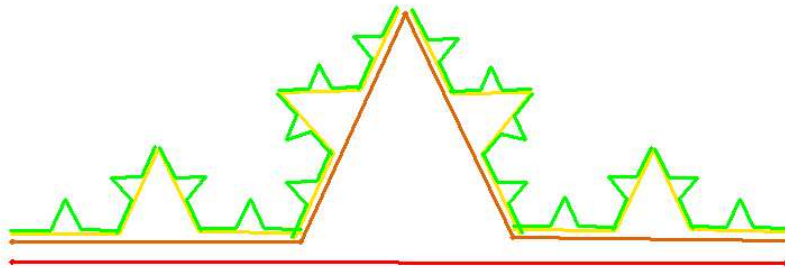
Paso 2: Dibujamos los 3 segmentos que siguen (Color naranja), marcando siempre primero un vértice y luego el otro, estos segmento deben ser graficados en el mismo sentido que se dibujó el primer segmento.

Paso 3: Aumentamos la cantidad de niveles y veremos cómo se va formando la curva.

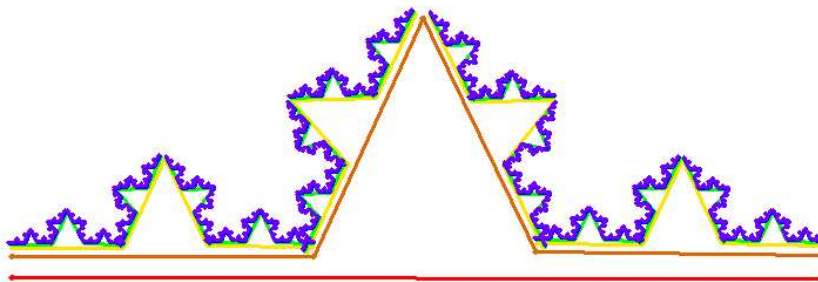
Nivel 1



Nivel 4

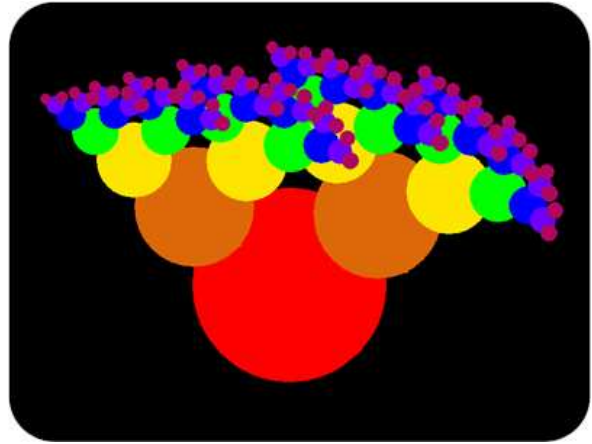
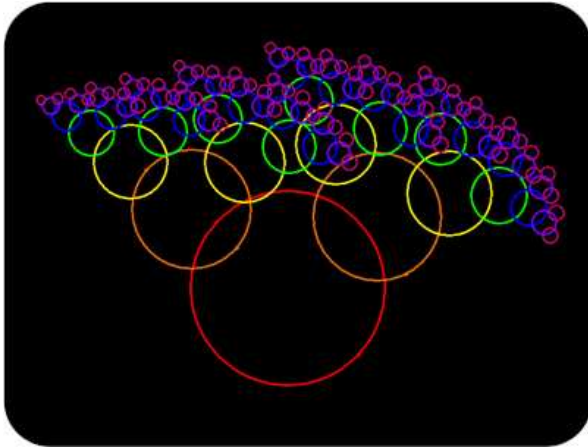


Nivel 6



- **Mickey**

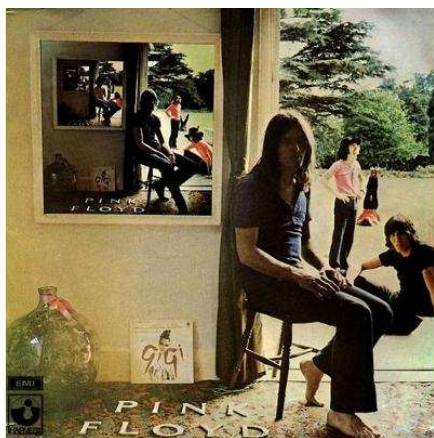
¿Te animas a dibujar un Mickey fractal?



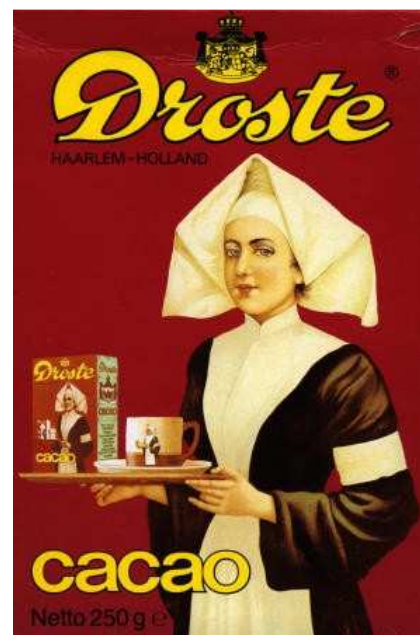
Propuesta complementaria para introducir la noción de fractal

Invitamos al docente a realizar una actividad con imágenes (ver Anexos), para trabajar con los alumnos a modo de introducción al tema. Elegimos distintas imágenes de modo que resulten interesantes para los estudiantes e ilustren de manera artística y atrapante la idea de repetición a diferentes escalas.

Ejemplos de imágenes:



Tapa de Ummagumma, disco de Pink Floyd



Caja de cacao Droste

Una observación importante es que todas ellas se contienen a sí mismas y se repite la totalidad de la imagen a diferentes escalas.

La actividad comienza con un **juego** que consiste en lo siguiente:

- Se dividirán los alumnos en grupos (5 o 6 grupos, dependiendo la cantidad de chicos) y a cada grupo se le dará una imagen como las que mostramos arriba, que los otros grupos no pueden ver.

- Cada equipo deberá pensar una palabra o frase (una especie de título) que represente la imagen. Luego, una vez que todos hayan decidido su título, un representante de cada grupo lo leerá en voz alta y lo anotará en un pizarrón.

- Luego se devolverán las imágenes al docente, quien las mezclará y expondrá una al lado de la otra en una pared o en el pizarrón.

- El juego consiste en que cada equipo deberá elegir qué imagen corresponde a cada título elegido por sus compañeros. Tendrá un tablero como el siguiente y deberán marcar con una X según considere que corresponda la imagen con su título. Ejemplo:

	Imagen 1	Imagen 2	Imagen 3	Imagen 4	Imagen 5
Título grupo 1		X			
Título grupo 2					X
Título grupo 3	X				
Título grupo 4			X		
Título grupo 5				X	

- El docente tendrá un tablero similar con las opciones correctas. Las dirá en voz alta y según los aciertos se procederá a contar los puntos. El equipo que más puntos obtenga será el ganador.

Cómo se asigna el puntaje:

- Si un equipo acierta el título correspondiente a la imagen de otro equipo, ganará 1 punto por cada acierto.

- Cada equipo ganará 3 puntos si al menos un equipo de los otros acierta el título que el grupo ha elegido para su imagen, pero no todos aciertan. Esto favorece que al momento de elegir la frase, los estudiantes no piensen algo muy evidente (ya que todos los votarán y no recibirán los 3 puntos) ni tampoco algo muy alejado (ya que nadie los votará y no recibirán los 3 puntos).

Creemos que el juego estimula la creatividad y la imaginación de los estudiantes, a la vez que permite al docente acercarse a lo que ellos están viendo en las imágenes.

Para finalizar, luego de la actividad se hará un breve debate centrándose en qué tienen las imágenes en común. Proponemos los siguientes disparadores, aunque es probable que surjan ideas a partir de los títulos elegidos por los alumnos:

- ¿Se repiten los personajes u objetos de la imagen?
- ¿Cuántas veces se repiten?
- ¿Qué pasaría si pudiésemos hacer “zoom” y la imagen tuviese muy buena calidad?

Luego, se explicará que se trabajará con este tipo de ideas en figuras geométricas, mostrando ejemplos de fractales (como los que expusimos al principio).

Más sobre fractales y un poco de historia

Fractales en la naturaleza y aplicaciones

Hay elementos de la naturaleza que presentan irregularidades y no se pueden describir a partir de la geometría clásica que se enseña en la escuela. Sin embargo, muchos de éstos poseen características similares a las expuestas anteriormente y se pueden representar de manera aproximada mediante fractales matemáticos.

Antes de que surgiera la geometría fractal se pensaba que todos los objetos tenían una, dos o tres dimensiones. Es decir que se podían representar dentro de una línea, en un plano o en el espacio.

Geometría clásica:

La dimensión del punto es 0, de la línea es 1, del plano es 2 y del espacio es 3.

Los fractales se comportan de manera muy diferente: son "más que línea" y al mismo tiempo "menos que área", o "más que puntos" y al mismo tiempo "menos que línea", por eso se dice que su dimensión es quebrada o no entera.

A continuación mostramos algunos ejemplos de fractales naturales en los que se puede observar la autosimilaridad:



Aplicaciones:

Medición de costas y fronteras: usando la geometría tradicional, el valor obtenido depende directamente de la escala con la que se realice la medición y la regla con la que se lo haga. Esto se debe a que las costas y otros contornos geográficos tienen una propiedad de autosimilaridad, con lo cual la dimensión fractal es un buen método para medirlos.

Diagnóstico de tumores: en este campo también son de utilidad este tipo de mediciones ya que permiten una interpretación automática de una imagen que devuelve un valor. De acuerdo a una escala es posible clasificar el riesgo de ese tumor en función de su forma regular o irregular.

Compresión de imágenes: El concepto básico detrás de la compresión fractal de imágenes es tomar una imagen y expresarla como un Sistema de Funciones Iteradas (SFI). Este es el conjunto de funciones que describen partes de un fractal que, una vez juntas, recrean dicho fractal en su totalidad. Si un fractal puede ser descrito por un número pequeño de funciones, el SFI es una descripción bastante compacta del fractal. La imagen puede ser rápidamente desplegada y a cualquier grado de magnificación con infinitos niveles de detalle fractal.

Efectos Visuales: Los fractales han estado siendo usados comercialmente en la industria cinematográfica, en películas como StarWars. Las imágenes fractales son usadas como una alternativa ante costosos sets elaborados para producir paisajes fabulosos.

Música Fractal: Ciertas músicas, pueden ser reducidas y todavía retener la esencia del compositor. Se están desarrollando nuevas aplicaciones software para el desarrollo de música fractal.

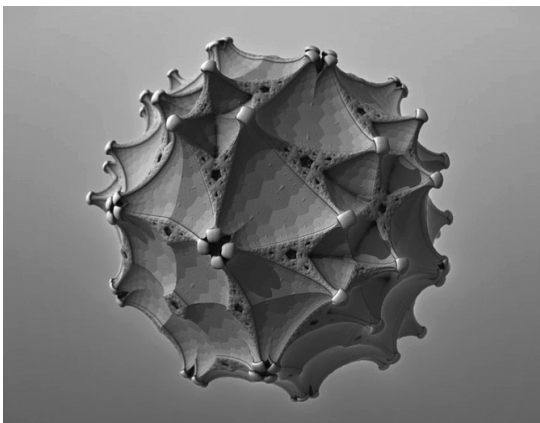


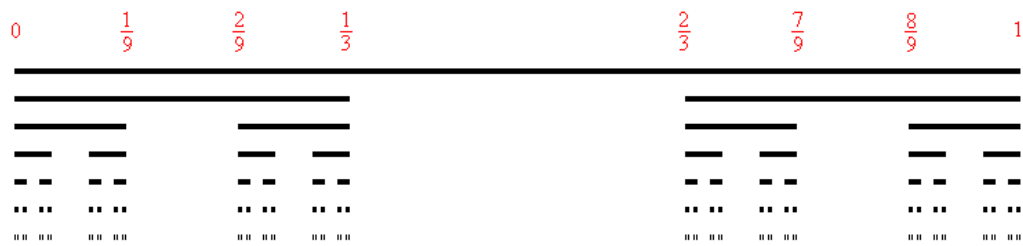
Imagen: Tom Beddard.

Arte: Muchos artistas incorporan en sus obras ideas inspiradas en fractales.

Algunas cuestiones históricas

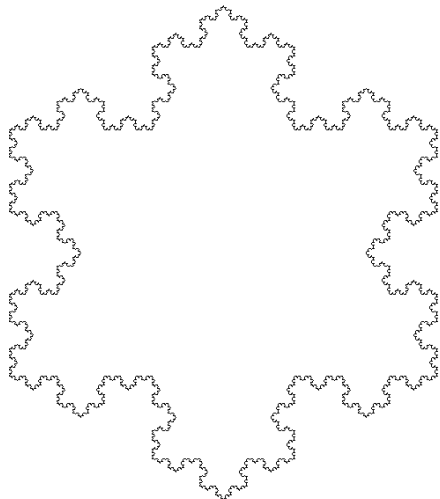
Los Fractales son los objetos matemáticos que constituyen la Geometría de la Teoría del Caos. Los primeros que comenzaron a demostrar teóricamente que en la naturaleza había un fenómeno de irregularidades fueron Cantor y Peano. Hasta llegar a los años de 1880 con el francés Henri Poincaré, al que se lo conoce como el padre de la Teoría del Caos.

Conjunto de Cantor



En 1904 Niels Helge von Koch define uno de los fractales más reconocidos, la curva de ‘Copo de Nieve’. Esta curva tiene la particularidad de tener longitud infinita.

Copo de Nieve

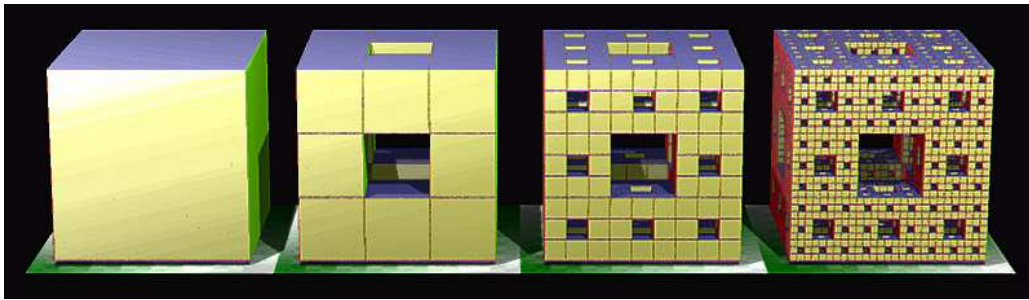


En 1915 Sierpinski concibió el triángulo que lleva su nombre (ver imagen en la sección “Algunas ideas sobre la noción de fractal”), el cual tiene área nula.

La idea de fractal fue extendida por dos matemáticos, Gastón Julia y Pierre Fatou, hacia 1918.

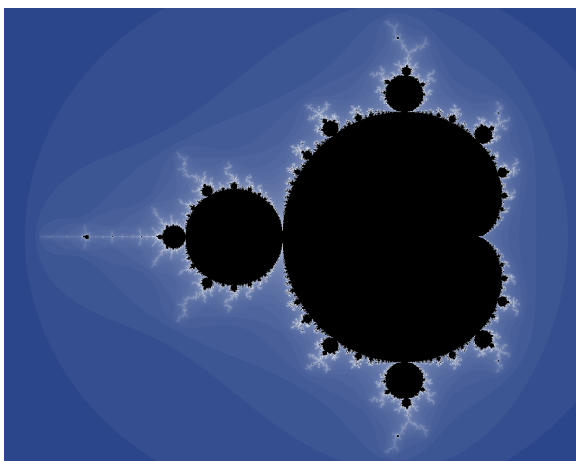
Para el año 1926 Karl Menger exploraba el concepto de dimensión topológica. Define la Esponja de Menger que es un fractal, que tiene una superficie infinita y al mismo tiempo encierra un volumen cero.

Esponja de Menger



Por varios años el estudio quedó congelado, hasta que alrededor de 1958 el matemático polaco Benoit Mandelbrot, comenzó a trabajar para IBM. Observó en una de sus publicaciones que las curvas geográficas son tan complicadas en su detalle que generalmente tienen longitud infinita. Hasta ese momento los matemáticos no podían describir este hecho con las herramientas de la geometría clásica. En dicho artículo mostró que la medición de una línea geográfica real, depende de la escala mínima utilizada para medirla. Por sus experimentos, es considerado como el padre de la geometría fractal.

Conjunto de Mandelbrot



Otros matemáticos, como Douady, Hubbard y Sullivan trabajaron también en este área explorando más las matemáticas que sus aplicaciones.

Desde la década del '70 este campo es estudiado por los matemáticos contemporáneos. Investigadores como el Dr. Robert L. Devaney, han estado explorando esta rama de la matemática con la ayuda de tecnología.

Más información sobre el software Britney y el Proyecto Moebius

Britney es un software para realizar fractales iterativos, creado por el Dr. Santiago Laplagne. Fue desarrollado especialmente para el proyecto **Moebius, Imaginación en las aulas**, del Departamento de Matemática de la Facultad de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad de Buenos Aires.

El proyecto Moebius, comenzó en el 2011 y tomó forma en el 2012 impulsado por el subsidio UBATIC para fomentar el uso de las nuevas tecnologías en la enseñanza.

Bibliografía

- *Caos, fractales y algoritmos iterativos*. Laplagne, Santiago y Fuxman, Juan Ignacio (2000). Página Web: www.oma.org.ar/omanet/caos/index.htm
- *Cartas marcadas*. Dolina, Alejandro (2012). Buenos Aires, Grupo Editorial Planeta.
- *Fractales*. Proyecto Universitario de Enseñanza de las Matemáticas Asistida por Computadora (PUEMAC) de la Universidad Nacional Autónoma de México (2008).
Página Web:
http://arquimedes.matem.unam.mx/PUEMAC/PUEMAC_2008/fractales/html/index.html
- *Fractales: La belleza de la matemática de la naturaleza*. Comunicación científica de la Universidad Nacional del Litoral (UNL) (2013).
Página Web: http://www.unl.edu.ar/noticias/leer/14930/Fractales_la_belleza_de_la_matematica_de_la_naturaleza.html
- *Historia de las matemáticas*. Página Web:
<http://astroseti.org/historia-de-las-matematicas/biografia-de-benoit-mandelbrot>
- *Moebius, imaginación en las aulas*. Equipo Moebius, Departamento de Matemática de la Universidad de Buenos Aires (UBA) (2012). Página Web: www.moebius.dm.uba.ar
- Tom Beddard Grows Fractal Into Works of Art. Página Web:
<http://www.fastcodesign.com/1663070/tom-beddard-grows-fractals-into-works-of-art>